$\lim\limits_{\omega}(f+g)$		$\lim\limits_{\omega} f$		
		ℓ_1	$+\infty$	$-\infty$
$\lim\limits_{\omega} g$	ℓ_2	$\ell_1+\ell_2$	$+\infty$	$-\infty$
	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	
	$-\infty$	$-\infty$		$-\infty$

$\lim\limits_{\omega} \lambda f$	$\lim\limits_{\omega} f$		
	ℓ	$+\infty$	$-\infty$
si $\lambda>0$	$\lambda\ell$	$+\infty$	$-\infty$
si $\lambda=0$	$\lambda\ell=0$	0	0
si $\lambda<0$	$\lambda\ell$	$-\infty$	$+\infty$

ω est : $x \to a$, $x \to a^+$, $x \to a^-$, $x \to +\infty$, ou $x \to -\infty$

ou

ω est : a, a^+, a^-, $+\infty$, ou$-\infty$

$\lim\limits_{\omega} fg$		$\lim\limits_{\omega} f$				
		$\ell_1>0$	$\ell_1=0$	$\ell_1<0$	$+\infty$	$-\infty$
$\lim\limits_{\omega} g$	$\ell_2>0$	$\ell_1\ell_2$			$+\infty$	$-\infty$
	$\ell_2=0$					
	$\ell_2<0$				$-\infty$	$+\infty$
	$+\infty$	$+\infty$		$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$
	$-\infty$	$-\infty$		$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$

	$\lim\limits_{\omega} f$						
	$\ell\neq 0$	0^+	0^-	$+\infty$	$-\infty$	0	$\lim\limits_{\omega} \lvert f\rvert=+\infty$
$\lim\limits_{\omega} \dfrac{1}{f}$	$\dfrac{1}{\ell}$	$+\infty$	$-\infty$	0^+	0^-	$\lim\limits_{\omega} \left\lvert\dfrac{1}{f}\right\rvert=+\infty$	0

$$\boxed{\begin{array}{c}\underset{\omega}{\mathcal{D}_f} \overset{f}{\underset{\mapsto}{\to}} \underset{\beta}{\mathcal{D}_g} \overset{f}{\underset{\mapsto}{\to}} \underset{\gamma}{\mathbb{R}} \\ \left.\begin{array}{l}\lim\limits_{\omega} f=\beta \\ \lim\limits_{\beta} g=\gamma\end{array}\right\} \Longrightarrow \lim\limits_{\omega} g\circ f=\gamma.\end{array}}$$

β est : b, b^+, b^-, $+\infty$, ou$-\infty$

γ est : ℓ, ℓ^+, ℓ^-, $+\infty$, ou$-\infty$.

1. Pour un quotient, on utilise : $\boxed{\frac{f}{g}=f\cdot\frac{1}{g}.}$
2. Pour une puissance on utilise : $\boxed{f^g=\exp(g\ln(f)).}$
3. On peut composer une suite et une fonction *i.e.* : $\left.\begin{array}{c} u_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} \omega \\ \lim\limits_{\omega} f=\gamma\end{array}\right\} \Longrightarrow f(u_n) \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} \gamma.$

   Inversement, si $\lim\limits_{n\to+\infty} f(u_n)=\gamma$ pour toute suite (u_n) qui tend vers ω, alors on a $\lim\limits_{\omega} f=\gamma$.
4. Les cases vides signifient que les théorèmes ne permettent pas de déterminer la valeur de la limite ni même si une telle limite existe — il faut alors examiner plus précisément la situation. On parle alors de $f$orme indéterminée : $\boxed{\infty-\infty,\ 0\cdot\infty,\ \frac{0}{0},\ \frac{\infty}{\infty},\ 1^{\infty},\ \infty^0 ou\ 0^0.}$

Changement de variable. Soient trois points ω, β, γ, une fonction f, et une bijection u d'un voisinage de ω sur un voisinage de β telle que $\lim\limits_{\omega} u=\beta$ et $\lim\limits_{\beta} u^{-1}=\omega$.
Alors : $\lim\limits_{\beta} f=\gamma \iff \lim\limits_{\omega} f\circ u=\gamma$.
En particulier pour se ramener toujours à une limite en 0 :

$$\boxed{\lim_{u\to+\infty} f(u)=\gamma \iff \lim_{x\to 0^+} f\left(\frac{1}{x}\right)=\gamma} \quad et \quad \boxed{\lim_{u\to a} f(u)=\gamma \iff \lim_{x\to 0} f(x+a)=\gamma.}$$

Limites $\lim\limits_{x \to a}$.

1. Fonctions continues et $a \in \mathcal{D}_f$, $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$.
   Exemples : constantes, affines, polynomiales, fractions rationnelles, exponentielles, logarithmes, puissances, trigonométriques, fonctions de trigonométrie hyperbolique.

2. Fonctions continues par morceaux admettent toujours $\ell_1 = \lim\limits_{x \to a^-}$ et $\ell_2 \lim\limits_{x \to a^+}$, mais $\lim\limits_{x \to a}$ si, et seulement si, $\ell_1 = \ell_2$.

(a) $\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{1}{x} = +\infty$; (b) $\lim\limits_{x \to 0^-} \dfrac{1}{x} = -\infty$; (c) $\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{1}{x} = +\infty$; (d) $\nexists \lim\limits_{x \to 0^+} \sin\left(\dfrac{1}{x}\right)$.

Limites $\lim\limits_{x \to \pm\infty}$.

1. $\lim\limits_{x \to \pm\infty} a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0 = \lim\limits_{x \to \pm\infty} a_n x^n = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \pm a \infty$.

2. $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \ldots + b_1 x + b_0} = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{a_n x^n}{b_m x^m} = \begin{cases} \pm \frac{a_n}{b_m} \infty & \text{si } n > m \\ \frac{a_n}{b_m} & \text{si } n = m \\ 0 & \text{si } n < m \end{cases}.$

   (a) $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$; (b) $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$; (c) $\lim\limits_{+\infty} \ln(x) = +\infty$;
   (d) $\lim\limits_{+\infty} x^\alpha = +\infty$ si $\alpha > 0$; (e) $\lim\limits_{+\infty} x^\alpha = 0$ si $\alpha < 0$; (f) $\lim\limits_{+\infty} \mathrm{ch}(x) = \lim\limits_{+\infty} \mathrm{sh}(x) = +\infty$;
   (g) $\lim\limits_{-\infty} \mathrm{ch}(x) = +\infty$; (h) $\lim\limits_{-\infty} \mathrm{sh}(x) = -\infty$; (i) $\lim\limits_{+\infty} \mathrm{th}(x) = 1 = -\lim\limits_{+\infty} \mathrm{th}(x)$.

3. Les fonctions trigonométriques (en générale, les périodiques) n'admettent pas de limite à l'infini.
   Exemple : $\cos(x), \sin(x), \tan(x)$.

Croissances comparées
Pour tout $\alpha \in \mathbb{R}$ et tout $\beta > 0$, on a

1. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^{\beta x}}{x^\alpha} = +\infty$. 2. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^\beta}{\ln(x)^\alpha} = +\infty$. 3. $\lim\limits_{x \to 0^+} x^\beta \ln(x)^\alpha = 0$.